

Mathematik - Oberstufe

Extrema einer Funktion

www.studieren-mit-erfolg.de
- IM STUDIUM BESTEHEN -



Aufgabe: Untersuchen Sie den Graphen G_f der Funktion f mit $f(x) = 4x^4 - 8x^2 + 4$ auf Art und Lage lokaler Extrempunkte.

Lösung:

Schritt 1: Bilden der ersten zwei Ableitungen

$$f'(x) = 16x^3 - 16x$$

$$f''(x) = 48x^2 - 16$$

Schritt 2: notwendige Bedingung für Extrempunkte prüfen

$$f'(x) = 16x^3 - 16x = 0$$

$$0 = 16x(x^2 - 1)$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = -1$$

$$x_3 = 1$$

Schritt 3: hinreichende Bedingung für Extrempunkte prüfen

$$f''(x_1) = f''(0) = -16 < 0 \Rightarrow HP(0|f(0))$$

$$f''(x_2) = f''(-1) = 32 > 0 \Rightarrow TP_1(-1|f(-1))$$

$$f''(x_3) = f''(1) = 32 > 0 \Rightarrow TP_2(1|f(1))$$

Schritt 4: Koordinaten der Extrempunkte bestimmen

$$f(0) = 4 \cdot 0^4 - 8 \cdot 0^2 + 4 = 4 \Rightarrow HP(0|4)$$

$$f(-1) = 4 \cdot (-1)^4 - 8 \cdot (-1)^2 + 4 = 0 \Rightarrow TP_1(-1|0)$$

$$f(1) = 4 \cdot 1^4 - 8 \cdot 1^2 + 4 = 0 \Rightarrow TP_2(1|0)$$