Berufliches Gymnasium
Tangente an eine Funktion

Berufsbildende Schulen „Otto von Guericke" Magdeburg

Bisher haben wir haben wir festgestellt, dass mit der ersten Ableitung f' einer Funktion f die lokale Änderungsrate der Funktion f an jeder Stelle x_0 bestimmt werden kann. Es gilt der Zusammenhang: $f'(x_0) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$.

Zudem haben wir festgehalten, dass die lokale Änderungsrate einer Funktion f an einer Stelle x_0 dem Anstieg der Tangente an den Graphen der Funktion f im Punkt $P(x_0|f(x_0))$ entspricht.

Aus diesen beiden Informationen kann nun ein Schema entwickelt werden, mit dem es uns möglich ist, die Funktionsgleichung einer Funktion t zu bestimmen, deren Graph die Tangente an die Funktion f im Punkt $P(x_0|f(x_0))$ darstellt.

Schema:

(1) Ableitung der Funktion f bestimmen
(2) Anstieg m_t der Tangente t bestimmen. Es gilt: $m_t = f'(x_0)$.
(3) Den Anstieg m_t in die Gleichung $y = m_t \cdot x + n$ einsetzen.
(4) Den Punkt $P(x_0|f(x_0))$ in die Gleichung $y = m_t \cdot x + n$ einsetzen und die Gleichung nach n auflösen.
(5) Aufstellen der Tangentengleichung durch Einsetzen von m_t und n in die Gleichung $y = m_t \cdot x + n$.

Beispiel: Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion f mit $f(x) = x(x-2)(x+2)$ an der Stelle $x_0 = -1$.

Lösung:

(1) Ableitung der Funktion f bestimmen
$$f(x) = x \cdot (x^2 - 4) = x^3 - 4x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4$$
(2) Anstieg m_t der Tangente t bestimmen. Es gilt: $m_t = f'(x_0)$.
$$m_t = f'(-1) = 3 \cdot (-1)^2 - 4 = -1$$
(3) Den Anstieg m_t in die Gleichung $y = m_t \cdot x + n$ einsetzen.
$$y = -1x + n$$
(4) Den Punkt $P(x_0|f(x_0))$ in die Gleichung $y = m_t \cdot x + n$ einsetzen und die Gleichung nach n auflösen.
$$x_0 = -1$$
$$y = f(x_0) = f(-1) = -1 \cdot (-1-2) \cdot (-1+2) = 3$$
$$3 = -1 \cdot (-1) + n \Leftrightarrow n = 2$$
(5) Aufstellen der Tangentengleichung durch Einsetzen von m_t und n in die Gleichung $y = m_t \cdot x + n$.

$$t: y = -x + 2$$