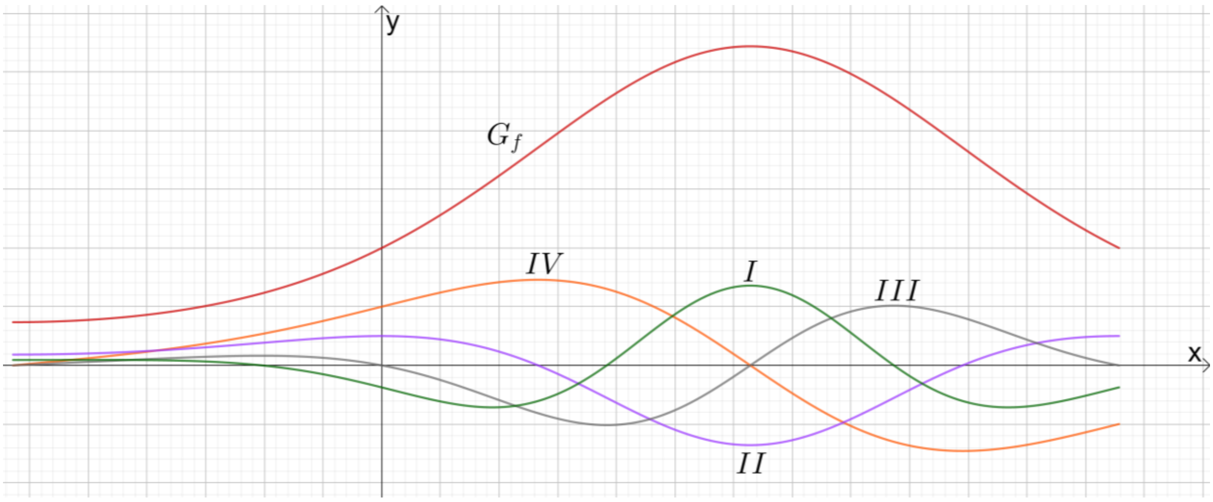
Mathematik - Oberstufe
Monotonieverhalten einer Funktion

Aufgabe 1: Geben Sie jeweils den Definitionsbereich der Funktion an und untersuchen Sie das Monotonieverhalten der Funktion.

(a) $f(x) = 2x^2 - x + 3$
(b) $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 4x + 1$
(c) $f(x) = -x \cdot e^x$
(d) $f(x) = (x^2 - 1) \cdot e^x$
(e) $f(x) = e^x \cdot \sin(x)$
(f) $f(x) = \cos(x) + \sin(x)$
(g) $f(x) = e^{x^2} + \ln x$
(h) $f(x) = \frac{\ln(x+e+1)}{x+e+1} + 3$

Aufgabe 2: Der Graph der Funktion h werde mit G_h bezeichnet. Die Gleichung für die erste Ableitung der Funktion h sei durch $h'(x) = -\frac{1}{2}x^2 \cdot (x^2 - 1)(x - 2)(x + 3)$ gegeben. Untersuchen Sie das Monotonieverhalten des Graphen G_h im Intervall $I =]-2,10[$.

Aufgabe 3: Die nachfolgende Abbildung zeigt den Graphen G_f der Funktion f. Zudem sind die Graphen der Funktionen f', f'' und f''' dargestellt. Ordnen Sie jedem dieser Graphen die entsprechende Nummer aus der Abbildung zu. Begründen Sie Ihre Zuordnung.



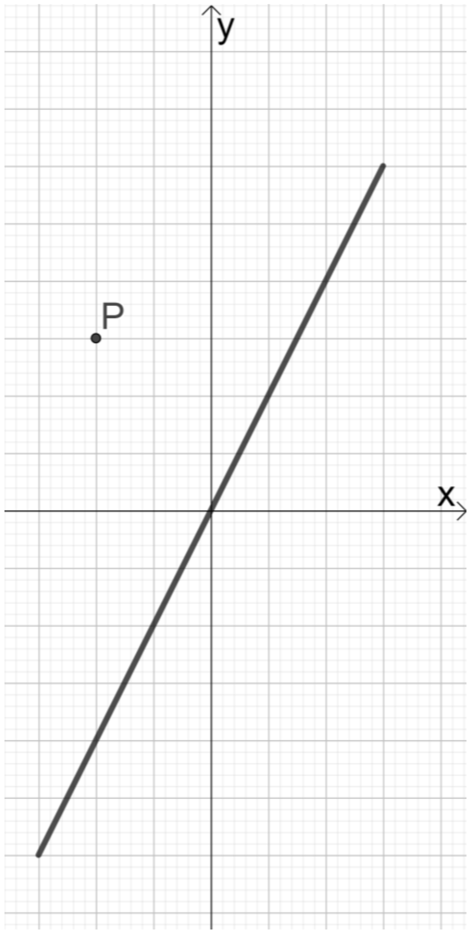
Aufgabe 4: Entscheiden Sie jeweils, ob die Aussage wahr oder falsch ist. Dabei beziehen sich die Aussagen stets auf ganzrationale Funktionen f.

Aussage 1: Angenommen, es gilt für alle $a, b \in \mathbb{R}$ und $a < b$ stets $f'(a) < f'(b)$, dann kann bezüglich des Graphen der Funktion f gefolgert werden, dass dieser auf $\mathbb{R}$ monoton steigend verläuft.

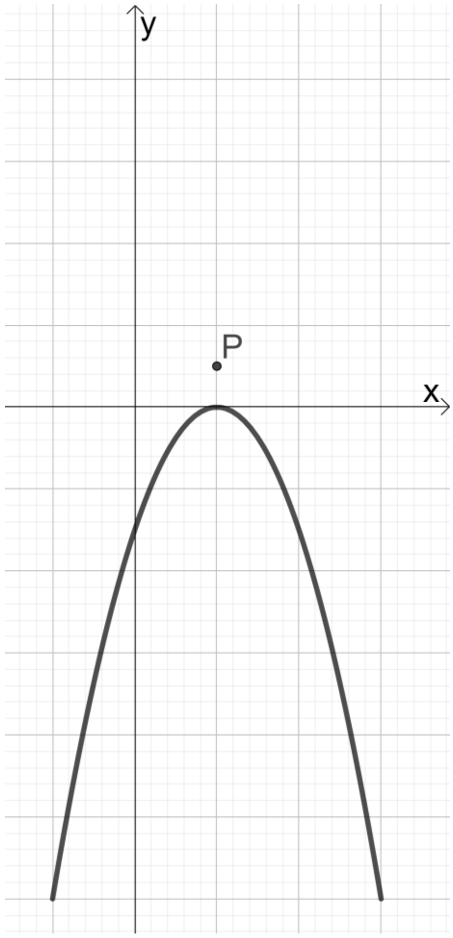
Aussage 2: Falls zwei Werte $a, b \in [x_1, x_2]$ existieren, für die gilt $f'(a) \cdot f'(b) < 0$ so kann gefolgert werden, dass der Graph der Funktion f im Intervall $[x_1, x_2]$ mindestens eine Stelle mit waagerechter Tangente besitzt.

Aufgabe 5: Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f, wobei der abgebildete Graph jeweils den Graphen der ersten Ableitung von f darstellt sowie der gekennzeichnete Punkt P zum Graphen der Funktion f gehört.

Aufgabenteil (a)



Aufgabenteil (b)



Aufgabenteil (c)