

# Ableitungsregeln

## Die Kettenregel



MERKE: Um eine Funktion abzuleiten, die als Verkettung zweier Funktionen aufzufassen ist, wird die Kettenregel verwendet.

Definition der Kettenregel:  $f$  und  $g$  seien differenzierbare Funktionen. Dann ist auch ihre Verkettung  $k(x) = f(g(x))$  differenzierbar. Die Ableitung von  $k$  lautet:  $k'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ .

Es gilt: Ableitung der Verketteten Funktion  $k$  = Ableitung der äußeren Funktion  $f$  · Ableitung der inneren Funktion  $g$

Beispiel 1: Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion  $k(x) = (2x + 1)^{11}$ .

Lösung:

$$\begin{aligned} f(g(x)) &= (g(x))^{11} = (2x + 1)^{11} & \Rightarrow & f'(g(x)) = 11 \cdot (g(x))^{10} = 11(2x + 1)^{10} \\ g(x) &= 2x + 1 & \Rightarrow & g'(x) = 2 \end{aligned}$$

$$k'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) = 11 \cdot (2x + 1)^{10} \cdot 2 = 22 \cdot (2x + 1)^{10}$$

Beispiel 2: Bestimmen Sie der Ableitung der Funktion  $g(x) = e^{\sqrt{x}}$

Lösung:

$$\begin{aligned} f(g(x)) &= e^{g(x)} = e^{\sqrt{x}} & \Rightarrow & f'(g(x)) = e^{g(x)} = e^{\sqrt{x}} \\ g(x) &= \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} & \Rightarrow & g'(x) = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{aligned}$$

$$k'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) = e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$$